

Umiejętność 1.28 - Działania na Logarytmach

Umiejętność wymaga: 1.24 1.27

Podstawowe Operacje na Logarytmach

- **Dodawanie Logarytmów:**

- * **Zasada:** Logarytmy o tej samej podstawie można dodać, jeśli argumenty logarytmów są mnożone.

- * **Wzór:** $\log_a(b \times c) = \log_a b + \log_a c$

- * **Przykład:** $\log_2(8 \times 4) = \log_2 8 + \log_2 4 = 3 + 2 = 5$

- **Odejmowanie Logarytmów:**

- * **Zasada:** Logarytmy o tej samej podstawie można odejmować, jeśli argumenty logarytmów są dzielone.

- * **Wzór:** $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

- * **Przykład:** $\log_3\left(\frac{27}{3}\right) = \log_3 27 - \log_3 3 = 3 - 1 = 2$

- **Wyciąganie Czynnika przed Logarytm:**

- * **Zasada:** Jeżeli argument logarytmu jest podniesiony do pewnej potęgi, można wyciągnąć tę potęgę przed logarytm jako czynnik.

- * **Wzór:** $\log_a(b^c) = c \log_a b$

- * **Przykład:** $\log_2(8^2) = 2 \log_2 8 = 2 \times 3 = 6$

Zadanie 1

Oblicz: $\log_8(2) + \log_8(32)$

Zadanie 2

Oblicz: $\log_3(81) - \frac{1}{2} \log_3(9)$

Zadanie 3

Oblicz: $\log_6(2) + \log_6(18)$

Zadanie 4

Oblicz: $\log_5(125) - \log_5(25) + \log_5(5)$

Zadanie 5

Oblicz: $\log_4(8) - \log_4(2)$

Zadanie 6

Oblicz: $3 \log_2(3) - \frac{1}{2} \log_2(9)$

Zadanie 7

Oblicz: $\frac{1}{3} \log_4(64) + \log_4(16)$

Zadanie 8

Oblicz: $\log_2(10) + \log_2(0.5)$

Zadanie 9

Oblicz: $\log_5(50) - \log_5(2)$

Zadanie 10

Oblicz: $\log_7(343) + \frac{1}{2} \log_7(49)$

Zadanie 11

Oblicz: $\log_2(64) - \log_2(8) + \log_2(4)$

Zadanie 12

Oblicz: $\log_9(27) + \frac{2}{3} \log_9(27)$

Zadanie 13

Oblicz: $\log_3(12) - \log_3(8) + \log_3(6)$

Zadanie 14

Oblicz: $\log_5(0.2) + \log_5(5)$

Zadanie 15

Oblicz: $2 \log_4(8) - \log_4(16)$

Zadanie 16

Oblicz: $\log_3(0.5) + \log_3(6)$

Zadanie 17

Oblicz: $\log_{10}(0.1) + 2 \log_{10}(10)$

Zadanie 18

Oblicz: $\frac{1}{2} \log_2(16) + \log_2(2)$

Zadanie 19

Oblicz: $\log_6(18) + \log_6(2)$

Zadanie 20

Oblicz: $\log_8(64) - \frac{3}{2} \log_8(4)$

Odpowiedzi

Odpowiedź 1

$$\log_8(2) + \log_8(32) = \log_8(2 \cdot 32) = \log_8(64) = 2 \quad (8^2 = 64)$$

Odpowiedź 2

$$\log_3(81) - \frac{1}{2} \log_3(9) = \log_3\left(\frac{81}{9^{\frac{1}{2}}}\right) = \log_3(27) = 3 \quad (3^3 = 27)$$

Odpowiedź 3

$$\log_6(2) + \log_6(18) = \log_6(2 \cdot 18) = \log_6(36) = 2 \quad (6^2 = 36)$$

Odpowiedź 4

$$\log_5(125) - \log_5(25) + \log_5(5) = \log_5\left(\frac{125}{25} \cdot 5\right) = \log_5(25) = 2 \quad (5^2 = 25)$$

Odpowiedź 5

$$\log_4(8) - \log_4(2) = \log_4\left(\frac{8}{2}\right) = \log_4(4) = 1 \quad (4^1 = 4)$$

Odpowiedź 6

$$3 \log_2(3) - \frac{1}{2} \log_2(9) = \log_2(3^3) - \log_2(9^{\frac{1}{2}}) = \log_2\left(\frac{27}{3}\right) = \log_2(9)$$

Odpowiedź 7

$$\frac{1}{3} \log_4(64) + \log_4(16) = \log_4(64^{\frac{1}{3}}) + \log_4(16) = \log_4(4) + \log_4(16) = \log_4(64) = 3 \quad (4^3 = 64)$$

Odpowiedź 8

$$\log_2(10) + \log_2(0.5) = \log_2(10 \times 0.5) = \log_2(5)$$

Odpowiedź 9

$$\log_5(50) - \log_5(2) = \log_5\left(\frac{50}{2}\right) = \log_5(25) = 2 \quad (5^2 = 25)$$

Odpowiedź 10

$$\log_7(343) + \frac{1}{2} \log_7(49) = \log_7(343) + \log_7(7) = \log_7(2401) = 4 \quad (7^4 = 2401)$$

Odpowiedź 11

$$\log_2(64) - \log_2(8) + \log_2(4) = \log_2\left(\frac{64 \times 4}{8}\right) = \log_2(32) = 5 \quad (2^5 = 32)$$

Odpowiedź 12

$$\log_9(27) + \frac{2}{3} \log_9(27) = \log_9(27) + \log_9(9) = \log_9(243) = \frac{5}{2} \quad (9^{\frac{5}{2}} = 243)$$

Odpowiedź 13

$$\log_3(12) - \log_3(8) + \log_3(6) = \log_3\left(\frac{12 \times 6}{8}\right) = \log_3(9) = 2 \quad (3^2 = 9)$$

Odpowiedź 14

$$\log_5(0.2) + \log_5(5) = \log_5(0.2 \times 5) = \log_5(1) = 0 \quad (5^0 = 1)$$

Odpowiedź 15

$$2 \log_4(8) - \log_4(16) = \log_4(8^2) - \log_4(16) = \log_4\left(\frac{64}{16}\right) = \log_4(4) = 1 \quad (4^1 = 4)$$

Odpowiedź 16

$$\log_3(0.5) + \log_3(6) = \log_3\left(\frac{6}{2}\right) = \log_3(3) = 1 \quad (3^1 = 3)$$

Odpowiedź 17

$$\log_{10}(0.1) + 2 \log_{10}(10) = \log_{10}(0.1 \times 10^2) = \log_{10}(10) = 1 \quad (10^1 = 10)$$

Odpowiedź 18

$$\frac{1}{2} \log_2(16) + \log_2(2) = \log_2(16^{\frac{1}{2}}) + \log_2(2) = \log_2(4) + \log_2(2) = \log_2(8) = 3 \quad (2^3 = 8)$$

Odpowiedź 19

$$\log_6(18) + \log_6(2) = \log_6(18 \times 2) = \log_6(36) = 2 \quad (6^2 = 36)$$

Odpowiedź 20

$$\log_8(64) - \frac{3}{2} \log_8(4) = \log_8\left(\frac{64}{4^{\frac{3}{2}}}\right) = \log_8(8) = 1 \quad (8^1 = 8)$$